

文章编号: 1002-2082 (2000) 03-0024-04

用 WDF 描述线性 CPA 系统

雒文斌¹, 曹东茂¹, 任兆玉¹, 杨志勇¹, 侯洵^{1,2}

(¹. 西北大学 光子学与光子技术研究所, 陕西 西安 710069;

². 中国科学院西安光学精密机械研究所, 陕西 西安 710068)

摘要: 利用维格纳分布函数 (WDF) 描述脉宽大于 100fs 的高斯型脉冲通过啁啾脉冲放大 (CPA) 系统时脉冲的时域、频域变化情况, 并进行数值模似计算。

关键词: 维格纳分布函数; 线性啁啾; 噗啾脉冲放大

中图分类号: O435

文献标识码: A

引言

啁啾脉冲放大 (CPA) 是一种能产生高峰值超短激光脉冲的重要技术和手段^[1]。由于该系统中线性啁啾 (二阶色散 SOD) 及非线性啁啾 (高阶色散) 的存在, 使得脉冲形状发生了与时间及频率都有关的改变。因此, 人们在实际中很难准确测量脉冲的强度和相位信息, 因为它们都是时间及频率的函数。这给最佳输出脉冲的 CPA 系统的光路设计带来许多困难。

线性系统输入、输出信号之间的变化可以用维格纳分布函数 (WDF) 描述^[2]。当输入脉冲的脉宽大于 100fs 时, 可以不考虑 CPA 系统中的高阶色散。这样, 就可以把 CPA 系统中的各个器件看作为线性啁啾系统, 用 WDF 来描述。只要我们对系统的 WDF 进行分析, 就可以掌握整个系统中与时间及频率均有关的信号变化情况。这对光

路设计具有指导作用。

1 理论分析

1.1 WDF 的定义

对于时域信号 $E(t)$, 相应的 WDF 定义为

$$\begin{aligned} F(t, \omega) &= \int E(t + t'/2) E^*(t - t'/2) \\ &\quad \times \exp(-i\omega') dt' \\ &= \frac{1}{2\pi} \int \tilde{E}(\omega + \omega'/2) \tilde{E}^*(\omega - \omega'/2) \\ &\quad \times \exp(i\omega't) d\omega' \end{aligned} \quad (1)$$

式中, $\tilde{E}(\omega)$ 为 $E(t)$ 的傅里叶变换。该信号的强度及功率分别为

$$|E(t)|^2 = \frac{1}{2\pi} \int F(t, \omega) d\omega \quad (2)$$

$$|E(\omega)|^2 = \int F(t, \omega) dt \quad (3)$$

对于线性系统, 若输入和输出信号分别为 $E_{in}(t_{in})$ 、 $E_{out}(t_{out})$, 则有关系式:

收稿日期: 1999-09-09

基金项目: 国家攀登计划“飞秒脉冲放大系统的研究”和陕西省自然科学基金资助项目。

作者简介: 郎文斌 (1977-), 男, 西北大学光子与光子技术研究所硕士研究生, 主要从事飞秒钛宝石激光放大系统的研究。

$$F_{\text{out}}(t_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}) = \iint k(t_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}, t_m, \omega_m) \\ \times F_m(t_m, \omega_m) dt_m d\omega_m$$

上式中 $k(t_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}, t_m, \omega_m)$ 为系统函数, 定义为

$$k(t_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}, t_m, \omega_m) \\ = \frac{1}{2\pi} \iint h_i \alpha(t_{\text{out}} + t'_{\text{out}}/2, \omega_m + \omega'_m/2) \\ \times h_i^*(t_{\text{out}} - t'_{\text{out}}/2, \omega_m - \omega'_m/2) \\ \times \exp(-i\omega_{\text{out}}t_{\text{out}} + \omega_m t_m) dt_{\text{out}} d\omega_m \quad (5)$$

上式中 h_i 为系统的响应函数, 和输入、输出信号之间具有关系:

$$E_{\text{out}}(t_{\text{out}}) = \frac{1}{2\pi} \int h_i \alpha(t_{\text{out}}, \omega_m) \tilde{E}_{\text{out}}(\omega_m) d\omega_m \quad (6)$$

通过以上的分析可以看出, 对于输入信号给定的线性系统, 只要知道系统函数 $k(t_{\text{out}}, \omega_{\text{out}}, t_m, \omega_m)$, 就可以求出系统输出信号的 WDF, 从而得知输出信号在时域及频域上的各种变化情况。

1.2 线性啁啾系统的 WDF

根据 (1) 式, 具有啁啾 $\omega = \Omega + \beta t$ 的高斯型脉冲 (Ω 为中心频率, β 为啁啾参量) 及其相应的 WDF 可分别表示为

$$E(t) = A \exp[-\alpha^2 + i(\Omega + \beta)t] \quad (7)$$

$$F(t, \omega) = A^2 \sqrt{2\pi/\alpha} \exp[-(\omega - \Omega - 2\beta)^2/2\alpha^2] \quad (8)$$

我们依次用 $1, 2, \dots, n$ 标记高斯型脉冲信号通过的线性啁啾系统。当信号通过第 j 个线性啁啾系统时, 位相随频率的变化可近似表示为

$$\Phi_j(\omega) \approx \frac{1}{2} \frac{d^2 \Phi}{d\omega^2} (\omega - \Omega)^2 = -D_j(\omega - \Omega)^2 \quad (9)$$

定义 D_j 为系统系数, 其值是系统二阶色散量一半的相反数。根据文献 [2], 可得第 j 个线性啁啾系统的响应函数:

$$h_i(t_j, \omega_{-1}) = \exp\{-i[(D_j/2) \\ \times (\omega_{-1} - \Omega^2 - \omega_{-1} t_j]\} \quad (10)$$

由 (5) 和 (10) 式得该系统的系统函数:

$$k_j(t_j, \omega, t_{j-1}, \omega_{-1}) = \frac{1}{4\pi^2} \delta(\omega - \omega_{-1}) \\ \times \delta[t_j - t_{j-1} + D_j(\omega_{-1} - \Omega)] \quad (11)$$

再由 (3) 式, 得:

$$F_j(t_j, \omega) = F_{j-1}(t_j) + D_j(\omega - \Omega, \omega) \quad (12)$$

最后由 (2)、(7)、(11) 式可得第 j 个系统输出信号的 WDF、强度及其功率:

$$F_j(t, \omega) = A_{j-1}^2 \sqrt{2\pi/\alpha_{-1}} \exp(-2\alpha_{-1}^2) \\ \times [t + D_j(\omega - \Omega)]^2 \\ - (1/2\alpha_{-1}) \{\omega - \Omega - 2\beta_{j-1} \\ \times [t + D_j(\omega - \Omega)]\} \quad (13)$$

$$|E_j(t)|^2 = A_{j-1}^2 \frac{(\frac{1}{2D_j})^2}{\alpha_{-1}^2 + (\beta_{j-1} - 1/2D_j)^2} \\ \times \exp[-\frac{2\alpha_{-1}(\frac{1}{2D_j})^2 t^2}{\alpha_{-1}^2 + (\beta_{j-1} - 1/2D_j)^2}] \quad (14)$$

$$|\tilde{E}_j(\omega)|^2 = \frac{\pi A_{j-1}^2}{\alpha_{-1}^2 + \beta_{j-1}^2} \\ \times \exp[-\frac{\alpha_{-1}(\omega - \Omega)^2}{2(\alpha_{-1}^2 + \beta_{j-1}^2)}] \quad (15)$$

由 (8)、(13) 式可以看出, 高斯型脉冲的 WDF 为高斯型, 当脉冲经过线性啁啾系统后, 输出脉冲的 WDF 仍为高斯型。因此, 可以假设输出脉冲具有和 (7) 式相似的形式, 表示为

$$E_j(t) = A_j \exp[-\alpha t + i(\Omega + \beta_j t)t] \quad (16)$$

根据 (13)、(14)、(16) 可得:

$$A_j = A_{j-1} \quad (17)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_{j-1}(\frac{1}{2D_j})^2}{\alpha_{-1}^2 + (\beta_{j-1} - 1/2D_j)^2} \quad (18)$$

$$\beta = \frac{\beta_{j-1}(\frac{1}{2D_j})^2 - (\alpha_{-1} + \beta_{j-1})/2D_j}{\alpha_{-1}^2 + (\beta_{j-1} - 1/2D_j)^2} \quad (19)$$

由 (14)、(15) 及以上 3 式可分别求出输出脉冲时域、频域的半峰值全宽 (FWHM):

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{2 \ln 2 \frac{\alpha_{j-1} + (\beta_{j-1} - 1/2D_j)^2}{\alpha_{j-1}(1/2D_j)^2}}{\alpha_j} \\ &= \frac{2 \ln 2}{\alpha_j} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\Delta\omega = 2 \frac{\alpha_{j-1} + \beta_{j-1}}{\alpha_{j-1}} \quad (21)$$

由(18)、(19)式可得:

$$\frac{\alpha_j + \beta_j}{\alpha_j} = \frac{\alpha_{j-1} + \beta_{j-1}}{\alpha_{j-1}} \quad (22)$$

由以上可以看出,高斯型脉冲通过线性啁啾系统后,脉宽改变,但频宽不变。要获得最佳(opt)输出脉冲,应使输出脉冲中不带有啁啾,即 $\beta_j = 0$,那么立即可求得该系统系数需满足:

$$D_j^{opt} = \frac{\beta_{j-1}}{2(\alpha_{j-1} + \beta_{j-1})} \quad (23)$$

1.3 CPA 系统的 WDF

CPA 系统主要包括展宽、放大、压缩以及补偿等光学系统^[3],其原理简图如图 1 所示。

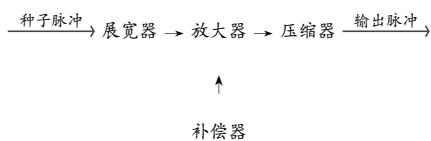


图 1 CPA 系统原理简图

目前,CPA 系统中展宽器多采用带望远系统的光栅对,放大介质多以 Ti : Al₂O₃ 为主,补偿系统主要用双棱镜对,而压缩器多用平行光栅对。如果种子脉宽大于 100fs,则上述 CPA 系统中的光学器件均可看作线性啁啾系统。分别用脚标 S、A、P、C 表示以上 4 种系统,根据文献 [4]、[5] 和 (9) 式可求得它们的系统系数依次为

$$D_S = -\frac{2\pi^2 c L_S}{\omega^3 d^2 \cos^2 \theta} \quad (24)$$

$$D_A = -\frac{L_A}{2c} \left(2 \frac{dn_A}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n_A}{d\omega^2} \right) \quad (25)$$

$$D_C = \frac{2\pi^2 c L_C}{\omega^3 d^2 \cos^2 \theta} \quad (26)$$

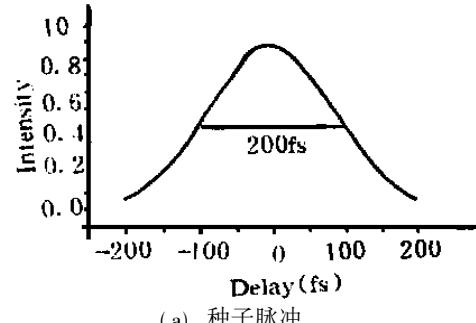
$$D_P = -\frac{2L_p \sin \delta}{c} \left(2 \frac{dn_P}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n_P}{d\omega^2} \right) \quad (27)$$

以上 4 式中, ω 为光脉冲的中心频率, θ 、 θ 为一级衍射角, δ 为经过第一个棱镜后的光束分散角, d 为光栅常数, c 为光速, L 为各器件的有效长度。实验中, L_S 、 L_A 经选定之后一般不作调节,所以 D_S 、 D_A 为定值,而 D_C 、 D_P 可通过调节 L_S 、 L_P 来控制其大小。

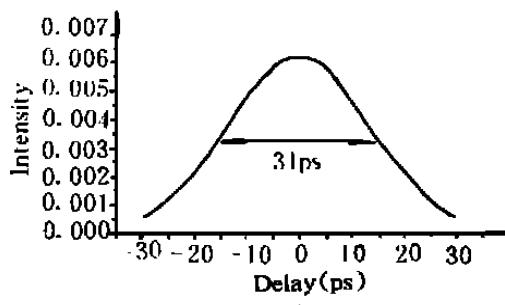
要获得 CPA 系统中任意位置处的光脉冲信息,只需知道种子脉冲的 α 、 β 及脉冲所经器件的系统系数,代入上面各相应公式之中,通过递推即可求得。

2 数值模拟计算

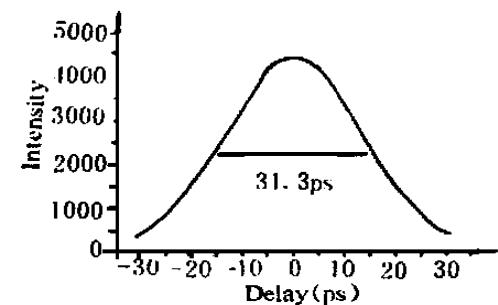
选取高斯型种子脉冲的中心波长 $\lambda = 780\text{nm}$, 脉宽 $\tau = 200\text{fs}$, $\beta = 0$, $A_0 = 1$; $d = 1800^{-1}\text{mm}$, $\theta = 37.2^\circ$, $L_S = 60\text{cm}$; $d^2 n_A/d\lambda = -0.068\text{pm}^{-2}$, $L_A = 20\text{mm}$; $\delta = 4\text{mrad}$, $d n_p/d\lambda = -0.018\text{pm}^{-2}$, $d^2 n_p/d\lambda = 0.045\text{pm}^{-2}$; $\theta = 37.2^\circ$ 。假设脉冲在放大介质中来回穿过 10 次,单次增益为 1.4。若取 $L_P = 60\text{cm}$, $L_C = 61\text{cm}$, 则种子脉冲经各系统后的变化情况如图 2 所示。若取 $L_P = 60\text{cm}$, 改变 L_C , 则输出脉宽随压缩器有效长度的变化如图 3 所示。



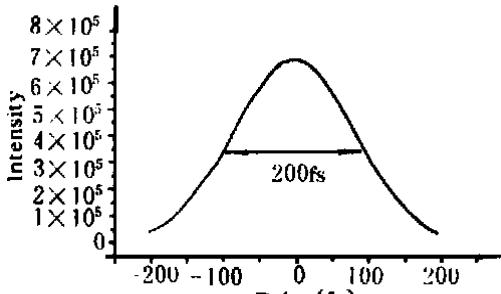
(a) 种子脉冲



(b) 经过展宽器后



(c) 经过放大器后



(d) 经过压缩器后

图 2 各种脉冲形状

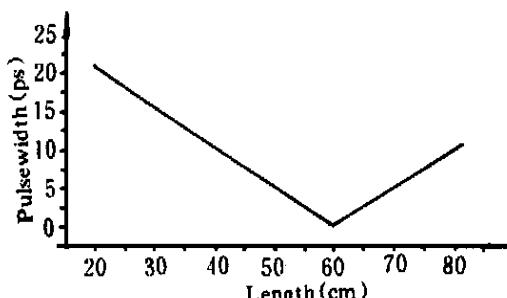


图 3 输出脉冲宽度随压缩系统有效长度的变化

3 结束语

通过 WDF 描述线性啁啾系统具有直接性和系统性。它集时域、频域的变化于一体，在整个变化过程中又能保持其形状和形式不变，使得计算过程比较简便，同时也能求出最佳输出脉冲所需的系统系数，对于整个光路的最佳设计和激光脉冲的测量具有指导意义。

参考文献

- [1] 王菊霞等 . 自锁模钛宝石超短脉冲激光器的新进展 [J]. 光子学报, 1997, 26 (8) : 752 ~757 .
- [2] Victor J Pinto-Robledo, et al. Chronocyclic description of laser pulse compression [J]. Opt Com, 1996, (125) : 338~348 .
- [3] Koichi Yamakawa, et cl. Generation of high peak and average power femtosecond pulses at 10 Hz repetition rate in a titanium-doped sapphire laser [J]. IEEE J Quantum Electron, 1994, 30 (11) : 2698~2705 .
- [4] S Kane, el al. Prism-pair stretcher-compressor system for simultaneous second-and-third-order dispersion compensation in chirped-pulse amplification [J]. Opt Soc Am B, 1997, 14 (3) : 661~665 .
- [5] 黄斐然等 . 自锁模 Ti : Al₂O₃ 激光器的色散补偿 [J]. 激光技术, 1997, 21 (2) : 96~100 .

THE DESCRIPTION OF LINEAR CPA SYSTEMS WITH WDF

LUO Wen-bin¹, CAO Dong-mao¹, REN Zhao-yu¹, YANG Zhi-yong¹, HOU Xun^{1,2}

(¹ Northwest University, Xi'an 710069, China; ² Xi'an Institute of Optics

and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710068, China)

Abstract: The change of pulse in time and frequency is described with Wigner distribution function (WDF) when a Gaussian pulse that the pulsewidth greater than 100fs transits the linear chirped-pulse amplification (CPA) systems, and the numerical value simulation is done.

Keywords: Wigner distribution function; linear chirp; chirped-pulse amplification